

Name: _____

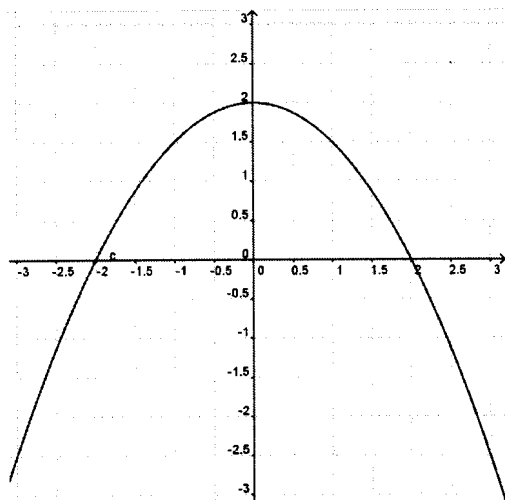


Fig. 1

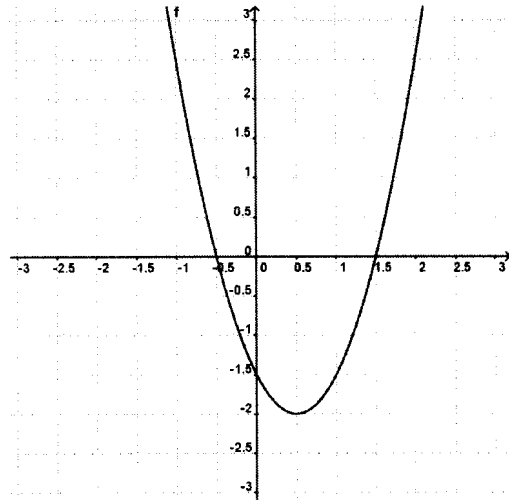


Fig. 2

1.) Die Funktionsgleichung einer Parabel (10 P)

Gib an, ob die Funktionsgleichungen einen der Graphen in Figur 1 bzw. Figur 2 beschreiben und falls ja, welchen sie beschreiben. Begründe deine Entscheidung.

- a) $f(x) = -2x^2 + 2$ 2 P b) $f(x) = 2x^2 - 2x - 1,5$ 2 P
c) $f(x) = 2 \cdot (x - 0,5)^2 - 2$ 3 P d) $f(x) = -0,5x^2 + 2$ 3 P

2.) Eigenschaften der Parabel und Darstellungsformen (15 P)

Gegeben ist die quadratische Funktion $f(x) = \frac{1}{5}(x - 5)^2 - 20$

- a) Gib den Scheitelpunkt der Funktion an. 2 P
b) Berechne die Normalform der quadratischen Funktion. 3 P
c) Gib den Schnittpunkt der Funktion mit der y-Achse an. 2 P
d) Skizziere den Graphen. Zeichne dabei die Punkte an den Stellen $x = -5, 0, 5, 10, 15$ ein. 3 P
~~e) Bestimme die Schnittpunkte mit der x-Achse.~~

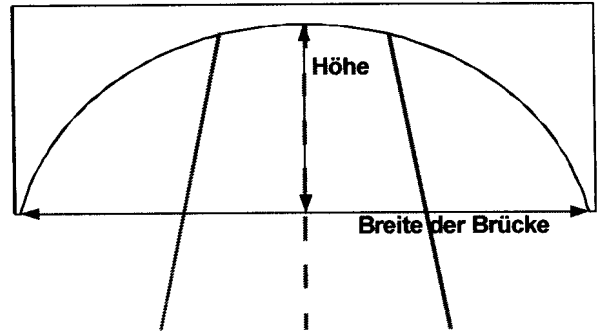
3.) Eine Anwendung: Die Wurfparabel

Bei den Bundesjugendspielen ist der Ballwurf eine Disziplin. David wirft den Ball in einer Höhe von 2 m von der Grundlinie ab. Nach 20 m hat der Ball eine Höhe 10 m. Nach 40 m ist er bereits auf eine Höhe von 6 m gefallen. Die Flugbahn des Balles kann näherungsweise durch eine quadratische Funktion beschrieben werden.

- a) Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel in Normalform 4
b) Berechne die Wurfweite von Davids Wurf. 4
c) Bestimme die maximale Flughöhe des Wurfs. 4

4.) Anwendungen

Eine Landstraße kreuzt eine Autobahn und wird unter einer Brücke mit einem parabelförmigen Bogen durchgeführt. Von der Landstraße aus betrachtet befindet sich der Scheitelpunkt des Bogens in einer Höhe von 4 m. Der Abstand zwischen den beiden Punkten, wo der Bogen auf den Boden neben der Landstraße trifft beträgt 12 m.



- Stelle eine Funktionsgleichung auf, welche den Brückenbogen beschreibt.
- Entscheide, ob ein 2,5 m breiter LKW, der mit Ladung 3,5 m hoch ist, unter der Brücke hindurch fahren kann.
- Bestimme die maximale Breite eines LKWs mit der in b) gegebenen Höhe.
- ~~Gib eine sinnvolle LKW-Breite (bei einer angenommenen Höhe von 3,5 m) an, so dass zwei sich entgegengerichtete LKWs unter der Brücke hindurch passen.~~

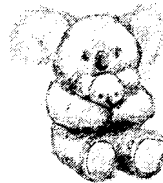
5.) Lineare Gleichungssysteme:

- Bestimme die Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$\begin{array}{rrcr} 3x & -y & +2z & = 13 & 14 \\ -x & +4y & -5z & = -21 & -17 \\ 4x & +2y & -3z & = -3 & 4 \end{array}$$

- Zusatz* {
- Ein Chemiker mischt 11 Liter einer Schwefelsäurelösung mit 8 Liter einer anderen und erhält dadurch 19 Liter einer 22%-igen Lösung. Bei einer anderen Gelegenheit stellt er eine 18%-ige Lösung durch Vermischen von 15 Litern der ersten und 4 Litern der zweiten Sorte her.
Wie hoch sind die Prozentgehalte der beiden Säuresorten?
Anleitung: Führe Variablen für die Prozentgehalte der beiden Sorten ein.

Viel Erfolg!



1)

a) beschreibt hier den Graphen, da diese Parabel nach unten geöffnet ist aber den Steigungsfaktor -2 hat. Die Parabel in Fig. 1 hat den Steigungsfaktor $a = -0,5$

b) Diese Parabel kann der Graph in Fig. 2 beschreiben, da der Steigungsfaktor viel über y -Achsenabschnitt zutreffen.

Durch Einsetzen der Wurzel bei $-0,5$ (einsetzen) zeigt sich, dass diese Funktion der Graph in Fig. 2 beschreibt.

c) beschreibt Fig. 2, da Scheitelpunkt und Steigungsfaktor passen

d) beschreibt Fig. 1, da SP und Steigungsfaktor passen

8.08 Uhr

2)

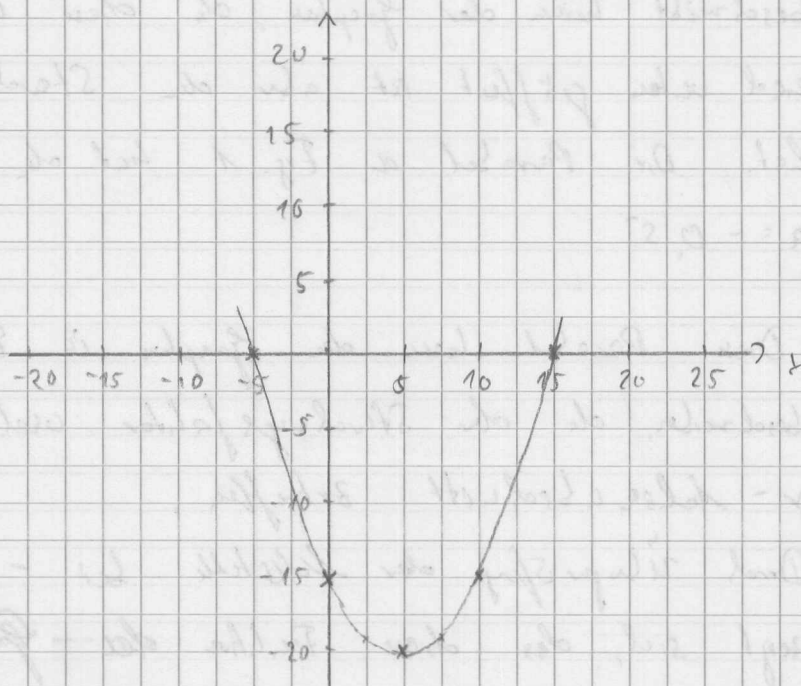
a) SP $(5 | -20)$

$$\begin{aligned}
 b) \quad f(x) &= \frac{1}{5} (x^2 - 10x + 25) - 20 \\
 &= \frac{1}{5} x^2 - 2x + 5 - 20 \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{5} x^2 - 2x - 15}}
 \end{aligned}$$

c) aus b) erhält man den Scheitelpunkt mit der y -Achse. Er liegt bei $S(0 | -15)$

d) Berechnen der Punkte

$$(0|-15) \quad (-5|0) \quad (5|-20) \quad (10|0) \quad (15|0)$$



$$e) \quad y = \frac{1}{5}x^2 - 2x - 15 \quad | \cdot 5$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - 10x - 75$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 5 \pm \sqrt{25 + 75}$$

$$\Rightarrow x_1 = 10 \quad \text{und} \quad x_2 = -5$$

Die Schnittpunkte sind $(10|0)$ und $(-5|0)$

8.14 Uhr

3)

$$a) \quad y = ax^2 + bx + 2$$

$$P(20|10)$$

$$Q(40|6)$$

$$P \text{ einsetzen: I } 10 = 400a + 20b + 2$$

$$Q \text{ einsetzen: II } 6 = 1600a + 40b + 2 \quad | :2 \quad \text{I} - \text{II}$$

$$\text{I } 10 = 400a + 20b + 2$$

$$\text{II } 6 = -400a + 20b + 2$$

$$\text{II } 6 = -400a \quad (\Rightarrow) \quad a = -\frac{6}{400} = -\frac{3}{200}$$

$$a \text{ in I: } 10 = -6 + 20b + 2 \quad | +4$$

$$\Rightarrow 14 = 20b \quad | :20$$

$$\Rightarrow 0,7 = b$$

$$\Rightarrow y = -\frac{3}{200}x^2 + \frac{7}{10}x + 2$$

b)

$$0 = -\frac{3}{200}x^2 + \frac{7}{10}x + 2 \quad | \cdot \left(-\frac{200}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - \frac{140}{3}x - \frac{400}{3} \quad | \text{pq-Formel}$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{70}{3} \pm \sqrt{\frac{4900}{9} + \frac{1200}{9}}$$

$$\Rightarrow \underline{x_1 \approx 49,37} \quad \text{und} \quad x_2 \approx -2,7$$

Die Laufzeit beträgt ca 49,37 s

$$c) \quad y = -\frac{3}{200}x^2 + \frac{7}{10}x + 2$$

$$= -\frac{3}{200} \left[x^2 - \frac{140}{3}x - \frac{400}{3} \right]$$

$$= -\frac{3}{200} \left[\left(x - \frac{70}{3} \right)^2 - \left(\frac{70}{3} \right)^2 - \frac{400}{3} \right]$$

$$= -\frac{3}{200} \left[\left(x - \frac{70}{3} \right)^2 - \frac{6100}{9} \right]$$

$$= -\frac{3}{200} \left(x - \frac{70}{3} \right)^2 + \frac{61}{6}$$

Der Scheitelpunkt liegt bei $\left(\frac{70}{3} \mid \frac{61}{6} \right)$, das heißt die max. Flughöhe ist $\frac{61}{6} \approx 10,1\bar{6}$ m

8.24 LK

$$4) \quad a) \quad SP(0|4) \quad y = a(x)^2 + 4$$

$$(6|0) \text{ einsetzen} \quad 0 = 36a + 4 \quad (\Rightarrow) \quad a = -\frac{1}{9}$$

$$y = -\frac{1}{9}x^2 + 4$$

$$c) \quad 3,5 = -\frac{1}{9}x^2 + 4 \quad (\Rightarrow) \quad -0,5 = -\frac{1}{9}x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 4,5 \quad (\Rightarrow) \quad x = \pm \sqrt{4,5} \approx \pm 2,12 \text{ m}$$

Das heißt maximal darf die LK $\approx 4,24$ m breit sein

b) Ja er passt (siehe c)

d) Wenn die LKs zu breit sind, so kann es einengen/passen

8.27 LK

$$5.) a) I \quad 3x - y + 2z = 13$$

$$II \quad -x + 4y - 5z = -21 \quad | \quad 3II + I$$

$$III \quad 4x + 2y - 3z = -3 \quad | \quad III + 4II$$

$$I \quad 3x - y + 2z = 13$$

$$IIb \quad 11y - 13z = -50$$

$$IIIb \quad 18y - 23z = -87 \quad | \quad 11 \cdot IIIb - 18 \cdot IIb$$

$$I \quad 3x - y + 2z = 13$$

$$IIb \quad 11y - 13z = -50$$

$$IIIc \quad -13z = -57 \quad | : (-13)$$

$$IIIc \Rightarrow z = 3$$

$$z = 3 \text{ in } IIb: \quad 11y - 39 = -50 \Leftrightarrow y = -1$$

$$z = 3, y = -1 \text{ in } I: \quad 3x + 1 + 6 = 13 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Lösung ist } x = 2, y = -1, z = 3$$

8.33 2hv

b)

$$I \quad 11a + 8b = 19 \cdot 22$$

$$II \quad 15a + 4b = 19 \cdot 18 \quad 2 \cdot II - I$$

$$I \quad 11a + 8b = 19 \cdot 22$$

$$IIa \quad 19a = 19 \cdot 14 \Rightarrow a = 14$$

$$a = 14 \text{ in } I: \quad 11 \cdot 14 + 8b = 19 \cdot 22$$

$$\Leftrightarrow 8b = 38 \cdot 11 - 14 \cdot 11 = 24 \cdot 11$$

$$\Leftrightarrow 8b = 264 \quad | : 8$$

$$\Leftrightarrow b = 33$$

Die erste Sorte ist 14% -ig, die zweite 33% -ig

8.35